

O efekcie skali w odniesieniu do jednorodnych i zespolonych elementów z betonu. Część I

The size effect in monolithic and composite concrete members. Part I

1. Wprowadzenie

Wyniki badań wytrzymałości tworzywa konstrukcyjnego zależą od wielkości elementu próbnego użytego do badań. Zjawisko to odbiega od klasycznych założeń teorii sprężystości i plastyczności, w których wytrzymałość jest parametrem materiałowym i nie zależy od wymiarów elementu. Jest ono związane z tak zwanym efektem skali. Bażant (1) podaje, że już Leonardo da Vinci wysunął koncepcję odwrotnej proporcjonalności wytrzymałości liny do jej długości. Także Mariotte formułując w roku 1686 prawo zmienności materii, której wytrzymałość może być w dowolnym miejscu niższa niż w innym, wskazał na przyczynę efektu skali.

W przypadku elementów z betonu, z uwagi na kompozytową budowę tego tworzywa, efekt skali jest bardzo wyraźny. Występuje on zarówno w przypadku rozciągania (1-5) jak i ściskania (1, 6-10, 11-13) i dotyczy zarówno badań na próbkach jak i stref rozciąganych bądź ściskanych w elementach zginanych. Efekt skali występuje również w przypadku ścinania (14-16), a także przecinania próbek (17, 18) oraz w zjawiska „dowel-action” (19). W tych wszystkich pracach stwierdzono, że wyniki pomiarów zależą od wielkości próbki – im próbka mniejsza, tym większe są naprężenia niszczące, ale również większy współczynnik zmienności wyników.

Elementy z betonu nie zawsze są monolityczne; przykładami są konstrukcje zespolone, składające się z prefabrykatów uzupełnianych spoiwem betonowym, konstrukcje monolityczne wykonywane z przerwami technologicznymi, albo też wzmacniane elementy z betonu. Jednym z podstawowych czynników wpływających na nośność takich konstrukcji jest wytrzymałość styku pomiędzy łączonymi betonami (tak zwanym „starym” i „nowym”), zależna od przyczepności. Badania wytrzymałości styku wykonywane są z reguły na próbkach modelowych (20, 21), w których styk może być rozciągany osiowo, rozciągany przy rozłupywaniu lub zginaniu, ścinany lub przecinany albo poddany naprężeniom normalnym i stycznym. Często również prace badawcze dotyczące betonowych belek zespolonych wykonywane są na niewielkich elementach modelowych.

1. Introduction

Results of construction material strength test depend on the size of tested specimen. This phenomenon, called the size effect, is inconsistent with assumptions of the classic theory of elasticity and theory of plasticity. According to these theories, material strength is the constant parameter independent of specimen dimensions. According to (1), it was already Leonardo da Vinci who put forward the concept of inverse proportionality of rope strength to its length. In the 17th century, Mariotte noticed the statistical nature of the size effect. He formulated the law of the “inequality of matter”: the strength of one part of the material may be smaller than the strength of other zones.

In case of concrete members and specimens, the size effect is tangible due to the composite-like nature of this material. It is observed in tension (1-5) and compression (1,6-13) both in specimens under axial load and in tensioned or compressed zones, in members subject to flexure. Size effect is noticeable also with regard to shear (14-16), punching shear (17,18) and dowel-action (19). In all abovementioned references, it was stated that test result depends on the size of the tested specimen or member. The smaller the member, the higher the stress causing failure, but the higher coefficient of variation of the results. Therefore, the size effect should be taken into account while analysing results of laboratory examinations of model structural concrete members, if these results are intended to be transferred to analysis of full-size members. Also, the size effect must not be neglected in civil engineers' practice during estimation of concrete strength.

Concrete members are not always produced in one stage as monolithic elements. Structures consisting of pre-cast members and cast in-situ concrete, cast in-situ concrete structures produced with technological breaks and concrete members strengthened with new concrete layers or concrete jackets, are examples of composite concrete structures. The most important factor influencing load bearing capacity of such composite structures is the bond

Należy więc postawić pytanie, czy w odniesieniu do przyczepności i wytrzymałości styku efekt skali występuje? Jeżeli tak, to jak wielkość próbki, a w szczególności pole powierzchni złącza, wpływa na wyniki pomiarów i czy można bezpośrednio przenosić wyniki takich badań modelowych do analiz elementów o technicznych wymiarach oraz budować na ich podstawie modele obliczeniowe i tworzyć symulacje komputerowe pracy statycznej zespolonych elementów betonowych?

W literaturze można znaleźć liczne prace traktujące o efekcie skali w odniesieniu do badań próbek, czy belek monolitycznych (1-19). Zagadnieniom styku między dwoma elementami, pod kątem efektu skali, poświęcono nieliczne prace. Jedynie Santosh i in. (22) podjęli próbę oceny wpływu wielkości powierzchni styku pracującego na rozciąganie przy zginaniu na jego wytrzymałość, stwierdzając że w tym przypadku efekt skali występuje i podlega prawom podobnym do praw obowiązujących w przypadku próbek monolitycznych.

2. Teorie opisujące efekt skali

2.1. Czynniki powodujące efekt skali w przypadku betonu

Za przyczyny efektu skali w elementach betonowych uznaje się (1, 23):

- a) występowanie warstw granicznych, które w objętości elementów mniejszych mają większy udział procentowy niż w elementach większych, a w szczególności:
 - efekt ściany, polegający na tym, że warstwa betonu stykającego się ze ścianą formy zawiera mniej grubego kruszywa niż w całym elemencie, co powoduje mniejszą sztywność tej warstwy,
- b) efekt górnej warstwy betonu, która w wyniku wydzielania mleczka ma inną mikrostrukturę i wytrzymałość niż masa betonu, powierzchniowy rozkład mikronaprężeń poprzecznych wynikający z efektu Poissona; dyfuzję wody i przewodzenie ciepła, których skutki (np. wartość odkształcenia niesprężystego) są różne w elementach różnej wielkości, gdyż połowiczny czas wysychania zależy od wymiarów elementu;
- c) statystyczny efekt skali, wynikający z prawdopodobieństwa wystąpienia wad w konstrukcji;
- d) energetyczny efekt skali związany z ilością energii uwalnianej w wyniku procesów pęknięcia, zależnej od rozmiarów elementu.

2.2. Statystyczny efekt skali

Jak podaje Bażant (1) fizyczne podstawy statystycznego efektu skali określił Griffith (1921 r.), wykazując doświadczalnie zależność wytrzymałości włókien szklanych od ich średnicy i stwierdzając, że słabość ciał izotropowych jest wynikiem nieciągłości lub wad. Uznał zatem problem wytrzymałości próbki za problem statystycznego prawdopodobieństwa wystąpienia wad lub mikrorys, od których rozpoczyna się proces niszczenia materiału.

strength of the interface between connected concrete members (the so called “new” concrete and “old” concrete) being the result of adhesion. Bond strength is usually examined on model specimens of small dimensions (20,21). The interface between these specimens may be axially tensioned (“pull off test”), tensioned while splitting or bending, or subjected to shear (“push off test”) or normal and shear stress (“slant-shear test”). Laboratory examinations of composite concrete beams are also often carried out using small-size model beams.

Therefore, a question should be asked whether the size effect occurs with regard to adhesion and bond strength of the concrete interface. If the answer is positive, other questions appear. How do specimen dimensions, especially the interface area, influence the test result? Is it possible and reasonable to transfer test results pertaining to small-sized specimens directly to the full-size members analysis, and to build analytical models and make MES simulations of static work of composite concrete members on this basis? Literature offers a lot of papers dealing with the size effect with regard to monolithic specimens or beams. The problem of size effect with regard to the interface between two concrete members has been mentioned in a scarce number of studies. Only Santosh et al. (22) tried to evaluate the relationship between the area of the tensioned interface in specimen subject to flexure and the interface bond strength. They concluded, that in the case in question, the size effect occurs and is subject to laws similar to size effect laws applicable to monolithic specimens.

2. Theories explaining the size effect

2.1. Factors influencing the size effect of concrete members

The following phenomena are regarded as causes of the size effect in concrete members (1,23):

- a) of boundary layers, whose percentage in the volume of small members is higher than percentage in large members, in particular:
 - the wall effect – concrete in the layer being in contact with the wall of the mould contains less coarse aggregate than inside the member, which causes lower stiffness of this layer,
- b) the effect of the upper layer of concrete, whose structure and strength is different than those of internal layers due to the bleeding phenomenon, peculiarities of distribution of lateral microstresses resulting from the Poisson’s effect in surface layers; water and heat diffusion, bringing different effects (e.g. the value of non-elastic strains) in members of different sizes, because half-period of drying depends on the size of the member;
- c) statistical size effect, based on statistical distribution of weak zones in the structure;
- d) energetic size effect resulting from the fact that the volume of energy released during fracture depends on member size.

Matematyczne opisy statystycznego efektu skali oparte są na modelu najsłabszego ogniwa łańcucha i prawie wielkich liczb: im dłuższy jest łańcuch, tym ma więcej ogniw i tym większe jest prawdopodobieństwo wystąpienia ogniwa słabego. W przypadku tworzyw konstrukcyjnych, o wytrzymałości całego elementu decyduje najsłabsza jednostka objętości. Im element ma większą objętość V , tym większe jest prawdopodobieństwo wystąpienia słabej jednostki. Jeśli F_1 oznacza dystrybuantę rozkładu prawdopodobieństwa $P_1(\sigma)$ zniszczenia jednostki objętości pod wpływem naprężenia σ , to prawdopodobieństwo zniszczenia całego elementu złożonego z V jednostek objętości $P_V(\sigma)$ wyniesie:

$$P_V(\sigma) = 1 - e^{-V \cdot F_1(\sigma)} \quad [1]$$

Rozkład $F_1(\sigma)$ jest asymptotycznie zbieżny z trójparametrowym rozkładem Weibulla:

$$W(\sigma) = 1 - e^{-\left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0}\right)^m}, \quad \text{gdzie } \sigma > \sigma_u \quad [2]$$

$$W(\sigma) = 0, \quad \text{gdzie } \sigma \leq \sigma_u$$

w którym:

σ_u – parametr progowy (wartość naprężenia, poniżej którego zniszczenie nigdy nie wystąpi),

σ_0 – parametr skali,

m – parametr skośności nazywany modułem Weibulla [według Bażanta i Kazemiego (14) w przypadku elementów betonowych $m \approx 12$].

Analizując prawdopodobieństwo zniszczenia próbki o objętości V_1 przy naprężeniu σ_1 i próbki o objętości V_2 przy naprężeniu σ_2 oraz porównując mediany, uzyskuje się wyrażenie:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_u}{\sigma_2 - \sigma_u} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-n/m} \quad [3]$$

W zależności od poziomu podobieństwa geometrycznego ($n = 3, 2$ lub 1 – odpowiednio podobieństwo trój – dwu i – jednowymiarowe) uzyskuje się zależność stosunku naprężeń niszczących próbki od stosunku ich wymiarów d_1/d_2 :

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_u}{\sigma_2 - \sigma_u} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-n/m} \quad [4]$$

W przypadku elementów betonowych przy $m = 12$ stosunek n/m = 0,25; 0,17 lub 0,08.

2.3. Energetyczny efekt skali w elementach rozciąganych według liniowo-sprężystej mechaniki pękania

Teoria Weibulla jest prawdziwa tylko wtedy, gdy za kryterium zniszczenia uznane jest powstanie rysy (naprężenie powodujące powstawanie rysy jest naprężeniem maksymalnym). W rzeczywistości zniszczenie postępuje – rysa ulega propagacji w elemencie. A więc o pęknięciu próbki decyduje rozkład naprężeń rozciągających w otoczeniu wierzchołka rysy, a nie najsłabsza jednostka objętości, a źródłem energetycznego efektu skali jest ilość energii

2.2. Statistical size effect

Physical foundations of statistical size effect were laid by Griffith (1921). He experimentally proved the dependence between strength of glass fibers and their diameter, and stated that weakness of isotropic bodies results from discontinuities or defects (quoted in (1)). That is why he regarded the problem of specimen strength as the problem of statistical probability of emergence of defects or micro-cracks, initiating specimen failure.

Mathematical models of statistical size effect have been based on the weakest-link model and the law of large numbers – the longer the chain, the more elements it contains and the higher the probability of weak link emergence. In case of structural materials, strength of the entire member is determined by the weakest volume unit. The bigger V volume of a given member, the higher the probability of weak volume unit existence. If F_1 means the cumulative distribution function of probability $P_1(\sigma)$ of volume unit failure caused by the stress σ , probability of failure of the entire member composed of V volume units $P_V(\sigma)$ is equal to:

$$P_V(\sigma) = 1 - e^{-V \cdot F_1(\sigma)} \quad [1]$$

Distribution $F_1(\sigma)$ is asymptotically convergent with three-parameter Weibull distribution:

$$W(\sigma) = 1 - e^{-\left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0}\right)^m}, \quad \text{when } \sigma > \sigma_u \quad [2]$$

$$W(\sigma) = 0, \quad \text{when } \sigma \leq \sigma_u$$

where σ_u – the threshold parameter (below this stress value, failure never occurs), σ_0 – the scale parameter, m – the skewness (inclination) parameter, the so called Weibull modulus (according to (14), $m \approx 12$ for concrete members).

While analyzing probability of failure of specimen with V_1 volume under stress σ_1 and specimen with V_2 volume under stress σ_2 , and comparing medians thereof, the following expression is obtained:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_u}{\sigma_2 - \sigma_u} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{-n/m} \quad [3]$$

Depending on the level of geometric similarity ($n = 3$ – three-dimensional similarity, $n = 2$ – two-dimensional similarity, $n = 1$ – one-dimensional similarity), the expression describing the relationship between the ratio of ultimate stresses and the ratio of the specimens' dimensions d_1/d_2 is the following:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_u}{\sigma_2 - \sigma_u} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^{-n/m} \quad [4]$$

In the case of concrete members where $m = 12$, $n/m = 0.25, 0.17$ or 0.08 .

2.3. Energetic size effect in members subject to tension according to linear elastic fracture mechanics (LEFM)

The Weibull theory is true only when formation of a crack is assumed as the criterion of failure (the cracking stress is the maxi-

uwalnianej w wyniku procesu pęknięcia. Według klasycznych wzorów liniowo-sprężystej mechaniki pęknięcia, parametrem decydującym o wartości naprężeń w otoczeniu wierzchołka rysy jest współczynnik intensywności naprężeń K zależny od rodzaju obciążenia, geometrii próbki i długości rysy. W przypadku rozciągania jest to współczynnik K_I , którego wartość można opisać zależnością:

$$K_I = \sigma(\pi \beta d)^{1/2} F(\beta) \quad [5]$$

gdzie: d oznacza połowę charakterystycznego wymiaru elementu w kierunku długości rysy, $\beta = \frac{c}{d}$, przy czym c jest połową długości rysy. Ścinaniu w płaszczyźnie rysy i ścinaniu prostopadle do rysy odpowiadają analogiczne współczynniki K_{II} i K_{III} .

Za kryterium zniszczenia uznaje się niestabilną propagację rysy, co jest równoznaczne z osiągnięciem przez współczynnik K_I wartości krytycznej K_{IC} . Współczynnik K_{IC} jako parametr materiałowy ma stałą wartość w próbkach wykonanych z jednego materiału, zatem ze wzoru [5] wynika, że naprężenie niszczące jest odwrotnie proporcjonalne do wymiaru próbki, ze współczynnikiem proporcjonalności $-1/2$. Jest to tak zwane „prawo potęgowe” efektu skali.

2.4. Energetyczny efekt skali w elementach rozciąganych według nieliniowej mechaniki pęknięcia

Prawo nieliniowej mechaniki pęknięcia nie zawiera żadnych informacji o strukturze tworzywa i mechanizmie zniszczenia, zależnego od niejednorodności i rozmiaru obszaru uszkodzenia. Jego stosowalność jest ograniczona do warunków, w których zasięg obszaru pęknięcia jest mały, w porównaniu z wymiarem elementu. Aby można było stosować je do betonu, próbka powinna mieć wymiar co najmniej 0,8 m, a niektórzy autorzy podają wartości znacznie większe - nawet 2,5÷5 m [za (3)]. Te niedostatki nie dotyczą nieliniowej mechaniki pęknięcia, w której zakłada się, że w przenoszeniu obciążeń bierze udział strefa aktywna wokół rysy, której rozmiar charakteryzowany jest przez parametr opisujący strukturę materiału, zwany długością charakterystyczną:

$$l_{ch} = \frac{G_F E_c}{f_{ct}^2}, \quad [6]$$

gdzie:

E_c – moduł sprężystości materiału,

f_{ct} – maksymalna wartość naprężenia rozciągającego,

$G_F = \int_0^{w_f} \sigma(w) dw$ – energia pęknięcia (parametr materiałowy) obliczana jako całka z krzywej opisującej zależność między naprężeniem przenoszonym przez rysę $\sigma(w)$ a szerokością rysy w ; przy $w = 0$ naprężenia osiągają wartość wytrzymałości na rozciąganie f_{ct} , a w_f jest szerokością rozwarcia rysy, przy której ustaje przeniesienie naprężeń.

Do opisu przenoszenia obciążeń przez rysę w betonie, stosuje się model pasma mikrorys, zgodnie z którym całkowita energia G_F jest sumą energii rozpraszanej w wyniku propagacji rysy i energii rozpraszanej w obszarach mikrozarosowań:

(mum stress). In fact, the real nature of failure is progressive – the failure zone propagates within a structural member. Therefore, it is not the weakest volume unit that determines the failure, but distribution of stress around the crack tip. The source of energetic size effect is the amount of energy released as a result of the cracking process. In accordance with classic LEFM expressions, it is the stress intensity factor K that determines the value of stress around the crack tip. Its value depends on the loading mode, specimen geometry and crack length. In case of tension (mode I), the K_I factor is equal to:

$$K_I = \sigma(\pi \beta d)^{1/2} F(\beta) \quad [5]$$

In the above expression [5], d means half of the characteristic length of the member measured along the crack, $\beta = \frac{c}{d}$, c is the half crack length. Analogical factors, K_{II} and K_{III} are used in the analysis of shear in the crack surface and shear in the surface perpendicular to the crack.

As the failure criterion, unstable progress of the crack is assumed. Then the K_I factor achieves its critical value K_{IC} which is declared as a material parameter. If constancy of K_{IC} in the specimens made of the same material is regarded in the expression [5], it appears that the failure stress is inversely proportional to the specimen dimension, and the exponent is equal $(-1/2)$. This is referred to as the “LEFM power law”.

2.4. Energetic size effect in members subjected to tension according to non-linear fracture mechanics

LEFM power law provides no information about the internal structure of the material and about the mode of the failure, being the result of heterogeneousness and the size of the fracture zone. Its validity is limited to a situation, where the range of the fracture zone is small in comparison to member dimensions. In order to apply the LEFM law to concrete members, the smallest specimen dimension should be at least 0.8 m. According to (3), some researchers give considerably higher values - as high as 2.5÷5 m.

No such insufficiency occurs in non-linear fracture mechanics, where it is assumed, that the active zone around the crack takes part in the process of load transfer. A parameter characterizing the internal structure of the material is introduced, referred to as “characteristic length”:

$$l_{ch} = \frac{G_F E_c}{f_{ct}^2}, \quad [6]$$

where E_c – modulus of elasticity of the material, f_{ct} – maximum value of tensile stress, $G_F = \int_0^{w_f} \sigma(w) dw$ – fracture energy (material parameter) calculated as an integral from the chart depicting the relationship between stress transferred by the crack $\sigma(w)$ and crack width w ; when $w = 0$, the stress equals tensile strength f_{ct} , and w_f is the crack width at which stress transfer is ceased.

$$G_F = \frac{1}{2E_c} \cdot \sigma_{ct}^2 \cdot d \cdot \frac{\partial f}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{2E_c} \cdot \sigma_{ct}^2 \cdot w_c \cdot \frac{\partial f}{\partial \alpha_2} =$$

$$= \frac{1}{2E_c} \cdot \sigma_{ct}^2 \cdot d^2 \left(\frac{1}{d} \cdot \frac{\partial f}{\partial \alpha_1} + \frac{w_c}{d^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial \alpha_2} \right) \quad [7]$$

gdzie: a – długość rysy,

d – wymiar elementu w kierunku długości rysy,

w_c – szerokość pasma mikrorys wokół rysy (dodatkowy parametr materiałowy, zależny między innymi od wielkości ziaren kruszywa),

f – funkcja zależna od geometrii i warunków brzegowych,

$$\alpha_1 = a/d, \quad \alpha_2 = (w_c a)/d^2.$$

W pierwszym składniku wyrażenia [7] występuje odwrotna proporcjonalność między naprężenia niszczącego σ_{ct} i wymiaru elementu d , z wykładnikiem potęgowym równym (-1/2), analogicznie jak w liniowo-sprężystej mechanice pęknięcia. W drugim składniku wyrażenia brak jest zależności „ $\sigma_{ct} = f(d)$ ”, tak jak we wzorach na obliczenie wytrzymałości. Stąd stosunek naprężeń niszczących dwie próbki o różnych wymiarach d_1 i d_2 wynosi:

$$\frac{\sigma_{ct,1}}{\sigma_{ct,2}} = \left[\frac{\left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)}{\left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_0}\right)} \right]^{-1/2}, \quad [8]$$

gdzie:

$$\lambda_1 = \frac{d_1}{w_c}, \quad \lambda_2 = \frac{d_2}{w_c}, \quad \lambda_0 = \frac{\partial f/\partial \alpha_2}{\partial f/\partial \alpha_1}.$$

Jest to prawo efektu skali nieliniowej mechaniki pęknięcia sformułowane przez Bażanta (4), podawane często w postaci umożliwiającej obliczenie naprężeń niszczących próbkę o wymiarze d na podstawie normowej wytrzymałości na rozciąganie f_{ct} , badanej na próbkach standardowych:

$$\sigma_{ct} = B \left(1 + \frac{\lambda}{\lambda_0}\right)^{-1/2} f_{ct} = B(1 + \beta)^{-1/2} f_{ct} \quad [9]$$

gdzie: $\beta = d/w_c$, B i λ_0 – współczynniki empiryczne charakteryzujące energię pęknięcia i kształt konstrukcji, w_c – jak we wzorze [7].

Na rysunku 1 pokazano w skali logarytmicznej wartość naprężeń rozciągających, niszczących próbki betonu, w zależności od wymiaru tych próbek, według różnych teorii. Prawo nieliniowej mechaniki pęknięcia stanowi rozwiązanie pośrednie między rozwiązaniami liniowo-sprężystej mechaniki pęknięcia, dotyczącymi dużych elementów (wymiar elementu znacznie większy od wymiaru kruszywa) a teoriami wytrzymałościowymi ważnymi w elementach małych (wymiar elementu zbliżony do wymiaru kruszywa).

2.5. Energetyczno-statystyczny efekt skali elementów rozciąganych

Istotą energetyczno-statystycznego efektu skali jest zastosowanie modeli statystycznych w mechanice pęknięcia, na przykład wykorzystanie rozkładu Weibulla do opisu parametrów mechaniki pęknięcia takich jak energia pęknięcia, lub naprężenia w otoczeniu wierzchołka rysy (24):

For description of the process of load transfer by a crack formed in concrete, the model of micro-crack band is applied. According to this model, total energy G_F is the sum of energy dissipated due to crack propagation and energy dissipated in the micro-crack zones:

$$G_F = \frac{1}{2E_c} \cdot \sigma_{ct}^2 \cdot d \cdot \frac{\partial f}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{2E_c} \cdot \sigma_{ct}^2 \cdot w_c \cdot \frac{\partial f}{\partial \alpha_2} =$$

$$= \frac{1}{2E_c} \cdot \sigma_{ct}^2 \cdot d^2 \left(\frac{1}{d} \cdot \frac{\partial f}{\partial \alpha_1} + \frac{w_c}{d^2} \cdot \frac{\partial f}{\partial \alpha_2} \right) \quad [7]$$

where a – crack length, d – a dimension of the member measured along the crack, w_c – width of the micro-crack band around the crack (additional material parameter), f – function depended on geometry and boundary conditions, $\alpha_1 = a/d$, $\alpha_2 = (w_c a)/d^2$.

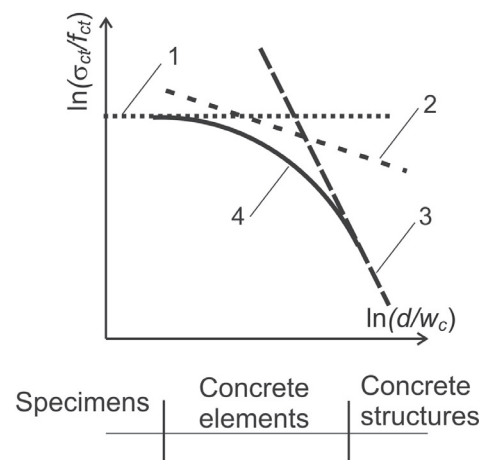
In the first addend of the expression [7], one can notice the inverse proportionality between the ultimate stress σ_{ct} and d dimension of the member with the (-1/2) exponent, similarly to LFM power law. In the second addend of this expression, no “ $\sigma_{ct} - d$ ”, dependence is observed, just as in the classic strength theories. Therefore, the ratio of ultimate stresses of two specimens having different d_1 and d_2 dimensions equals:

$$\frac{\sigma_{ct,1}}{\sigma_{ct,2}} = \left[\frac{\left(1 + \frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)}{\left(1 + \frac{\lambda_2}{\lambda_0}\right)} \right]^{-1/2}, \quad [8]$$

where

$$\lambda_1 = \frac{d_1}{w_c}, \quad \lambda_2 = \frac{d_2}{w_c}, \quad \lambda_0 = \frac{\partial f/\partial \alpha_2}{\partial f/\partial \alpha_1}.$$

This is referred to as the SEL (Size Effect Law) formulated by Bažant (4). This law is often provided in the form enabling calculation of the value of ultimate stress of a specimen with a d dimension on the basis of tensile strength f_{ct} , tested using standard specimens:



Rys. 1. Zależność, w skali logarytmicznej, naprężeń niszczących σ_{ct} od wymiaru d próbki rozciąganej: 1 – teorie wytrzymałościowe, 2 – statystyczny efekt skali, 3 – efekt skali według liniowo-sprężystej mechaniki pęknięcia, 4 – efekt skali według nieliniowej mechaniki pęknięcia

Fig. 1. Logarithmic dependence of ultimate stress σ_{ct} and d dimension of a specimen subjected to tension according to: 1 – strength theories, 2 – statistical size effect, 3 – LFM law, 4 – SEL

$$\sigma_{ct} = B \left(\beta^{\frac{2n}{m}} + \beta \right)^{-1/2} f_{ct} \quad [10]$$

gdzie: m – moduł Weibulla, jednak o innej wartości niż we wzorach 4 i 5 wyznaczających statystyczny efekt skali, według Bażanta (24) w przypadku, gdy nie uwzględnia się efektu energetycznego $m = 24$,

n – stopień podobieństwa geometrycznego, pozostałe oznaczenia jak we wzorze [9].

2.6. Inne teorie dotyczące efektu skali

Rozwiązania oparte na nieliniowej mechanice pęknięcia były przedmiotem wielu modyfikacji na przykład Kim i Eo (25) lub Sim i in. (26). Carpinteri (27) opracował tak zwane prawo wielofraktalowe, oparte na założeniu, że powierzchnia rys i rozkład mikrorys w betonie są fraktalami. Ma ono postać:

$$\sigma_c = \left(1 + \frac{l_{ch}}{d} \right)^{1/2} f_{ct}, \quad [11]$$

oznaczenia jak we wzorach wcześniejszych.

Jednak według Bażanta (1) prawo to ma wiele braków, przede wszystkim nie potwierdzają go wyniki badań.

2.7. Energetyczny efekt skali elementów poddanych różnym stanom naprężenia

Efekt skali dotyczy nie tylko elementów rozciąganych osiowo. W przypadku jednoosiowego ściskania przyczyną zniszczenia są rysy powodujące osiowe pęknięcie próbki. Według Bażanta (1) przy założeniu, że odległość tych rys jest niezależna od rozmiaru konstrukcji, efekt skali nieliniowej mechaniki pęknięcia byłby taki jak w przypadku rozciągania. Jednak w rzeczywistości odległość rys zwiększa się wraz z wymiarem elementu i w tym przypadku analiza energetyczna daje nieco inną zależność, w której wykładnik potęgowy jest bliski wartości $(-2/5)$.

Efekt skali w przypadku ścinania po raz pierwszy opisał Kani (15), który wykazał, że nominalna siła niszcząca belki bez zbrojenia na ścinanie o wysokości 80 cm jest o połowę mniejsza niż w przypadku belek o wysokości 20 cm. Gustafsson i Hillerborg (18) zaproponowali, aby przy obliczaniu nośności belek na ścinanie stosować współczynnik skali w postaci:

$$\xi = 1 + \left(\frac{d}{l_{ch}} \right)^{1/2}. \quad [12]$$

Według Bażanta i Kazemi (14) efekt skali występuje także w przypadku nośności na ścinanie elementów niezbrojonych i może być opisany za pomocą prawa nieliniowej mechaniki pęknięcia, podczas gdy jest on pomijalny w przypadku obciążenia powodującego powstanie pierwszej rysy ukośnej. Przy określaniu nośności płyt na przebicie Staller (18) proponuje dla uwzględnienia efektu skali stosowanie takiego samego współczynnika jak we wzorze (12). Natomiast zgodnie z badaniami Bażanta i Cao (17) przebicie

$$\sigma_{ct} = B \left(1 + \frac{\lambda}{\lambda_0} \right)^{-1/2} f_{ct} = B(1 + \beta)^{-1/2} f_{ct} \quad [9]$$

where $\beta = d/w_c$, B and λ_0 – empirical parameters characterizing the fracture energy and the shape of structural member, w_c – width of the micro-crack band, as in expression [7].

In Fig. 1, logarithmic dependence of the value of ultimate tensile stress and different dimensions of specimens is presented, according to different theories. The SEL law is a transition from LEFM solutions in large members (the ratio of member dimension to aggregate grain dimension bigger than one) to the results of strength theories in small specimens (the ratio of member dimension to aggregate grain dimension smaller than one).

2.5. Energetic-statistical size effect in tensile members

The essence of energetic-statistical size effect is including statistical aspects in solutions of fracture mechanics, for instance using the Weibull distribution to describe fracture mechanics parameters – fracture energy or value of stress in the crack tip (24):

$$\sigma_{ct} = B \left(\beta^{\frac{2n}{m}} + \beta \right)^{-1/2} f_{ct} \quad [10]$$

where m – Weibull modulus, different from analogical moduli in expressions [4] and [5] related to statistical size effect, according to (24) after “filtration” of the energetic effect $m = 24$, n – level of geometrical similarity, other notations as in [9] expression.

2.6. Other theories concerning the size effect

The SEL law has been subject of numerous modifications, for instance (25,26).

Carpinteri (27) created MFSL – multifractal scaling law, based on the assumption that crack surface and distribution of micro-cracks in concrete are of fractal nature. This may be put down (notations the same as in previous expressions) as:

$$\sigma_c = \left(1 + \frac{l_{ch}}{d} \right)^{1/2} f_{ct}, \quad [11]$$

However, according to Bażant (1), this law has many shortcomings and is not coherent with results of experiments.

2.7. Energetic size effect of members under different stress states

Axially tensioned members are not the only members affected by the size effect.

In case of uniaxial compression, specimen failure is caused by splitting cracks. According to [1], if spacing between these cracks is independent of the specimen size, the size effect law for compression would be identical to SEL for tension. However, spacing between real cracks increases along with member dimensions and energy analysis leads to somewhat different formula with the exponent approximating $(-2/5)$ value.

podlega efektowi skali opisanemu nieliniową mechaniką pęknięcia, co można ująć zależnością:

$$v_n = k_1 f_{ct} \frac{\left(1 + k_2 \frac{h}{D}\right)}{\sqrt{1 + \frac{h}{\lambda_0 d_a}}}, \quad [13]$$

gdzie: h – grubość płyty, D – średnica słupa, k_1 , k_2 – stałe empiryczne, d_a – maksymalny wymiar ziarna kruszywa, λ_0 – parametr charakteryzujący energię pęknięcia.

3. Efekt skali elementów betonowych w praktyce inżynierskiej

3.1. Wytrzymałość betonu na ściskanie

Występowanie efektu skali w odniesieniu do próbek ściskanych zostało uwzględnione w normach dotyczących badań wytrzymałości betonu. W normie PN-EN 206-1 Beton – część 1 dopuszcza się badanie wytrzymałości na ściskanie próbek walcowych lub kostkowych podając ekwiwalentne wartości wytrzymałości, a w normie PN-88/B-06250 dopuszczając próbki sześciennie o różnych wymiarach podano współczynniki, pozwalające na obliczenie wytrzymałości próbki podstawowej (rysunek 2).

Efekt skali powinien być także uwzględniany przy określaniu wytrzymałości na ściskanie betonu na próbkach pobranych z konstrukcji metodą odwiertów rdzeniowych. Do wykonywania odwiertów stosowane są wiertła koronkowe o średnicach od 80 do 150 mm, a o doborze średnicy decydują wymiary elementu, z którego pobierana jest próbka oraz maksymalna średnica kruszywa. Średnica odwiertu nie powinna być mniejsza niż 3 średnice maksymalnego uziarnienia kruszywa. Pobierane są próbki o wysokości równej co najmniej 0,7 ich średnicy. W normie PN-EN 1371:2008 uwzględniono dwa przypadki, w których wytrzymałość badanej próbki można utożsamiać z wytrzymałością normową lub klasą betonu:

- badanie odwiertów o długości równej średnicy a wynoszącej 100 mm – uzyskuje się wytrzymałość odpowiadającą próbce sześcienniej 150 x 150 x 150 mm,
- badanie próbki o wysokości równej dwukrotnej średnicy i średnicy nie mniejszej niż 100 mm i nie większej niż 150 mm - uzyskuje się wytrzymałość odpowiadającą znormalizowanej próbce walcowej.

W pozostałych przypadkach niezbędne jest stosowanie współczynników przeliczeniowych. Przeliczając wytrzymałość $f_{cm,cyl(h/\phi)}$, zmierzoną na pobranych z konstrukcji próbkach o wysokości h i średnicy ϕ , na wytrzymałość walcowej próbki $f_{cm,cyl(h/\phi=2)}$ o tej samej średnicy, ale wysokości dwukrotnie większej niż średnica, można skorzystać z podanego w normie PN-EN-13369: 2005 wzoru:

$$f_{cm,cyl(h/\phi=2)} = \frac{f_{cm,cyl(h/\phi)}}{1.20 - 0.20 \left[1 - e^{-1.7(h/\phi-1)}\right]} \quad [14]$$

Size effect in case of shear was noticed for the first time by Kani (15), who proved that ultimate shear force of beams of 80 cm without shear reinforcement is half the ultimate force of beams of 20 cm. Gustafsson and Hillerborg (18) proposed to apply the size coefficient in calculating the load bearing capacity of sheared zones in beams:

$$\xi = 1 + \left(\frac{d}{l_{ch}}\right)^{1/2}. \quad [12]$$

According to Bažant and Kazemi (14), the size effect in the case of ultimate shear force of beams without shear reinforcement is significant and may be described by SEL, whereas it may be neglected in calculations of load causing formation of the first diagonal crack.

While calculating the bearing capacity of slabs to punching shear, in considering the size effect Staller (18) proposed to apply the same coefficient as in expression [12]. However, according to the study by Bažant and Cao (17), punching shear is subject of SEL. This was recorded as the following relationship:

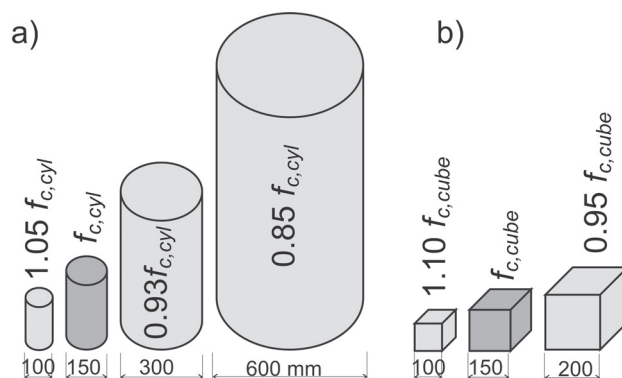
$$v_n = k_1 f_{ct} \frac{\left(1 + k_2 \frac{h}{D}\right)}{\sqrt{1 + \frac{h}{\lambda_0 d_a}}}, \quad [13]$$

where h – slab width, D – column diameter, k_1 , k_2 – empirical constants, d_a – maximal dimension of aggregate grain, λ_0 – parameter characterizing the fracture energy.

3. The size effect in concrete members in civil engineering practice

3.1. Compressive strength of concrete

The emergence of the size effect during compression of specimens is reflected in the standards providing rules for concrete compressive strength testing. It is allowed by EN 206-1 standard to use cylindrical or cubical specimens and this code gives compressive



Rys. 2. Współczynniki pozwalające na obliczenie wytrzymałości na ściskanie f_c próbki normowej; na podstawie pomiaru wytrzymałości próbki o innych wymiarach, a) próbki walcowe o wysokości dwa razy większej niż średnica według (23), b) próbki sześciennie PN-88/B-06250

Fig. 2. Relationship between the values of compressive strength tested using the specimens of different size and the strength f_c tested on a standard specimen: a) cylindrical specimens with height twice their diameter (23); b) cubical specimens according to PN-88/B-06250 standard

Przeliczenie uzyskanego w ten sposób wyniku w celu uzyskania wytrzymałości próbki normowej $f_{cm,cyl}$ o wysokości $h = 300$ mm i średnicy $\phi = 150$ mm wymaga zastosowania kolejnego współczynnika przeliczeniowego pokazanego na rysunku 2.

3.2. Wytrzymałość betonu na rozciąganie przy zginaniu

Wytrzymałość na rozciąganie oznaczona na beleczkach zginanych trójpunktowo $f_{ctm,fl}$, może być przeliczona tak, aby uzyskać wytrzymałość średnią na rozciąganie osiowe f_{ctm} zgodnie ze wzorem podanym w normie PN-EN-1992-1-1:2004. W tym wzorze efekt skali jest uwzględniony poprzez wysokość beleczki h , wyrażoną w mm:

$$f_{ctm,f} = \max \left[\left(1.6 - \frac{h}{1000} \right) f_{ctm}, f_{ctm} \right]. \quad [15]$$

3.3. Nośność na ścinanie i ścinanie przy przebiciu

W normie PN-EN-1992-1-1:2004 wprowadzono również zależność nośności belek na ścinanie i nośności płyt na ścinanie przy przebiciu od wymiarów elementu żelbetowego. We wzorach dotyczących elementów betonowych nie wymagających zbrojenia wprowadzono współczynnik skali zależny od wysokości użytecznej elementu d , wyrażonej w mm:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0. \quad [16]$$

4. Podsumowanie

Jest wiele przykładów potwierdzających wpływ wielkości elementu betonowego, którego właściwości mechaniczne są badane, na wyniki badań. Zestawione w niniejszym artykule dane wskazują na złożoność zagadnienia i zróżnicowaną naturę czynników wywołujących efekt skali. Znaczny wpływ wymiarów próbki na wyniki badań nie może być pomijany w ocenie wytrzymałości betonu oraz nośności konstrukcji. Efekt skali należy również brać pod uwagę w ocenie wyników badań modelowych elementów konstrukcyjnych, w laboratoriach naukowych.

O ile dane dotyczące efektu skali w betonowych elementach jednorodnych, o tyle brak jest danych dotyczących efektu skali w odniesieniu do badań przyczepności na styku dwóch betonów. Autorkom udało się znaleźć tylko jedną pracę dotyczącą tej problematyki. Stało się to przyczyną zaprogramowania i wykonania badań efektu skali w odniesieniu do wytrzymałości połączenia betonu „starego” z układanym po jego stwardnieniu betonem „nowym”. Wyniki tych badań zostaną przedstawione w drugiej części artykułu.

Literatura / References

1. Z. P. Bažant, Size effect. International Journal of Solids and Structures, **37**, 69-80 (2000).
2. S. Carmona, Effect of specimen size and loading conditions on direct tensile test results, *Materiales de Construcción*, **59**, 294, 7-18 (2009).

strength values corresponding to these shapes. In the Polish standard PN-88/B-06250 which specifies the cubic specimens the factors enabling the conversion of the obtained results to strength of the specimen considered as a standard are given.

The “size effect” should be taken into consideration while determining the compressive strength of concrete cores drilled out from the structure. The drilling bits with diameters ranging from 80 to 150 mm are used for drilling. The choice of diameter is determined by the size of concrete member from which a core is taken and by the maximum aggregate size (the diameter of the core should be at least three times the largest aggregate grain). Core height should be at least 0.7 their diameter. In the standard EN-1992-1-1:2004, two simplifications are given that may be used while determining the normalized compressive strength or concrete class:

- if cores with length equal to their diameter, the diameter of 100 mm, are tested, the obtained strength values correspond to the strength tested using the cubic specimens of 150 mm,
- if cores with height twice their diameter, the diameter not less than 100 mm and not more than 150 mm are tested, the obtained strength values correspond to the standard cylindrical specimen with $h = 300$ mm and diameter of $\phi = 150$ mm.

In other cases, it is necessary to use the conversion factors.

In converting the value of strength $f_{cm,cyl(h/\phi)}$, tested using cores with h height and ϕ diameter to the strength of cylindrical specimen $f_{cm,cyl(h/\phi=2)}$ of the same diameter but the height twice their diameter, the following expression specified in EN-1992-1-1:2004 standard may be used:

$$f_{cm,cyl(h/\phi=2)} = \frac{f_{cm,cyl(h/\phi)}}{1.20 - 0.20 \left[1 - e^{-1.7(h/\phi-1)} \right]} \quad [14]$$

Conversion of this result to the strength $f_{cm,cyl}$ of normalized specimen with a height of $h = 300$ mm and diameter of $\phi = 150$ mm requires the use of another conversion factor, in accordance with Fig. 2.

3.2. Flexural tensile strength of concrete

If tensile strength is tested on beams used in the three-point bending test, the conversion of this strength $f_{ctm,fl}$ to the average axial tensile strength f_{ctm} is possible in accordance with the formula given in EN-1992-1-1 standard. The size effect, and especially the dependence of the beam height h expressed in mm, is expressed in this formula:

$$f_{ctm,f} = \max \left[\left(1.6 - \frac{h}{1000} \right) f_{ctm}, f_{ctm} \right]. \quad [15]$$

3.3. Ultimate load of shear and punching shear of concrete members

In the EC2 standard [32], the dependence between dimensions of concrete member subjected to shear or punching shear and the ultimate load, is also reflected. In expressions for calculating load

3. S. Woliński, Tensile behaviour of concrete and their applications in nonlinear fracture mechanics of concrete, *Scientific journal of Rzeszow Technical University, Civil and Environment Engineering*, **15**, Rzeszow 1991 (in Polish)
4. Z. P. Bažant, Size effect in Blunt Fracture: Concrete, Rock, Metal, *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, **110**, EM4, 518-535 (1984).
5. B. L. Karihaloo, H. M. Abdalla, Q. Z. Xiao, Deterministic size effect in the strength of cracked concrete structures, *Cem. Concr. Res.* **36**, 171–188 (2006).
6. M. M. Elfahal, T. Krauthammer, T. Ohno, M. Beppu, S. Mindess, Size effect for normal strength concrete cylinders subjected to axial impact, *International Journal of Impact Engineering*, **31**, 461–481 (2005).
7. Jae-II Sim, Keun-Hyeok Yang, Heung-Yeoul Kim, Byong-Jeong Choi, Size and shape effects on compressive strength of lightweight concrete, *Construction and Building Materials* **38**, 854–864 (2013).
8. Seong-Tae Yi, Eun-Ik Yang, Joong-Cheol.: Effect of specimen sizes, specimen shapes, and placement directions on compressive strength of concrete, *Nuclear Engineering and Design* **236**, 115–127 (2006).
9. M. Tokyay, M. Özdemir, Specimen shape and size effect on the compressive strength of higher strength concrete, *Cem. Concr. Res.*, **27**, 1281-1289 (1997).
10. J. R. Viso, J. R. Carmona, G. Ruiz, Shape and size effects on the compressive strength of high-strength concrete, *Cem. Concr. Res.* **38**, 386–395 (2008).
11. C. M. Belgin, S. Sener, Size effect on failure of overreinforced concrete beams, *Engineering Fracture Mechanics* **75**, 2308-2319 (2008).
12. A. P. Fantilli, I. Iori, P. Vallini, Size effect of compressed concrete in four point bending RC beams, *Engineering Fracture Mechanics*, **74**, 97–108 (2007).
13. Seong-Tae Yi, Min-Su Kim, Jin-Keun Kim, Jang-Ho Jay Kim: Effect of specimen size on flexural compressive strength of reinforced concrete members, *Cement & Concrete Composites*, **29**, 230–240 (2007).
14. Z. P. Bažant, M. T. Kazemi, Size effect on diagonal Shear Failure of Beams without Stirrups, *ACI Structural Journal*, **88**, 268-276 (1991).
15. G. N. J. Kani, How Safe Are Our Large Reinforced Concrete Beams?, *ACI Journal*, **64**, 3, 128-141, March 1967.
16. P. Gustafsson, S. Hillerborg, Sensitivity on Shear Strength of Longitudinally Reinforced Concrete Beams to Fracture Energy of Concrete, *ACI Structural Journal*, **85**, 3, 286-294, May-June 1988.
17. Z. P. Bažant, Z. Cao, Size Effect in Punching Shear Failure of Slabs, *ACI Structural Journal*, **1**, 44-53, January-February 1987.
18. M. A. Staller, Analytical studies and Numerical Analysis of Punching Shear Failure in Reinforced Concrete Slabs, *International Workshop on Punching Shear on RC Slabs*, Royal Institute of Technology, 367-374, Stockholm 2000.
19. R. Ince, E. Yalcin, A. Arslan, Size-dependent response of dowel action in R.C. members, *Engineering Structures*, **29**, 955–961 (2007).
20. A. Halicka, A study of the stress–strain state in the interface and support zones of composite structures with shrinkable and expansive concretes. Lublin: Publications of Lublin University of Technology; 2007 [in Polish].
21. D. Franczak, A. Halicka, Influence of concrete age on bond strength between concretes in composite members. *Przegląd Budowlany*, **1**, 46-51 (2012) [in Polish].
22. G. Santosh, J. M. Shah, Ch. Kishen, Nonlinear fracture properties of concrete-concrete interfaces, *Mechanics of Materials*, **42**, 9126-931 (2010).
23. A. M. Neville, *Properties of concrete*, Polski Cement, Kraków 2000 [in Polish].

capacity of members which do not require shear and punching shear reinforcement, the size factor is present. This factor depends on the effective depth d expressed in mm:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2.0. \quad [16]$$

4. Conclusions

A lot of examples of the influence of the concrete member size on the results of mechanical parameters tests may be found. The data compiled in this paper show the complexity and diversified nature of factors causing the size effect. Significant influence of specimen size on test results cannot be neglected in evaluating the strength of concrete and load bearing capacity of the structure. The size effect should also be considered while analysing the results of laboratory investigations carried out on model concrete members.

There is a lot of data concerning the size effect of monolithic concrete members but there is a lack of papers concerning the size effect concerning the bond strength of interface between two concrete parts. The authors managed to find only one work concerning this problem. It was why the authors' own research was programmed and realized. The size effect of bond strength in joint of „new” concrete cast after curing of “old” concrete, was tested. The results will be presented in the part two of this paper.

24. Z. P. Bažant, Probability distribution of energetic-statistical size effect in quasibrittle fracture, *Probabilistic Engineering Mechanics*, 19, 307-319 (2004).
25. J. K. Kim, S. H. Eo, Size effect in concrete specimens with dissimilar initial cracks. *Magazine of Concrete Research* 1990, **42**, 153, 233-238 (1990).
26. J. I. Sim, K. H. Yang, H. Y. Kim, B. J. Choi, Size and shape effects on compressive strength of lightweight concrete., *Construction and Building Materials* **33**, 854-864 (2013).
27. A. Carpinteri, Scaling laws and renormalization groups for strength and toughness of disordered materials, *International Journal of Solids and Structures*, **31**, 3, 291-302 (1994).
28. PN-EN 206-1: 2003 Concrete – Part 1: Specification, performance, production and conformity.
29. PN-88/B-06250: Concrete [in Polish].
30. PN-EN 13791: 2008 Assessment of in-situ compressive strength in structures and precast concrete components.
31. PN-EN-13369: 2005 Common rules for precast concrete products.
32. PN-EN-1992-1-1: 2004 Eurocod 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings.